

Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
**«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
(Финансовый университет)**

Красноярский филиал Финуниверситета

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по
учебно-методической работе
Красноярского филиала
Финуниверситета

Вергейчик О.С. Вергейчик
« 04 » сентября 2025 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебному предмету / дисциплине

ЕН.01 Элементы высшей математики

(наименование учебного предмета/ дисциплины)

09.02.07 Информационные системы и программирование

(код, наименование специальности)

г. Красноярск – 2025

Фонд оценочных средств по дисциплине разработан на основании федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Составитель:

Галькова Елена Александровна, преподаватель ВКК

Фонд оценочных средств по дисциплине рассмотрен и рекомендован к утверждению на заседании предметной (цикловой) комиссии общих дисциплин.

Протокол от «04» Сентября 2025 г. № 1

Председатель предметной (цикловой)
комиссии


(подпись)

С.Г. Рипинский
(инициалы, фамилия)

1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Элементы высшей математики»

09.02.07 Информационные системы и программирование.

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	ПК, ОК	Наименование темы	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Знать: <ul style="list-style-type: none"> • Основы математического анализа, • Основы линейной алгебры и аналитической геометрии. • Основы дифференциального и интегрального исчисления. • Основы теории комплексных чисел Уметь: <ul style="list-style-type: none"> • Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений. • Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости. • Применять методы дифференциального и интегрального исчисления. Решать дифференциальные уравнения. • Пользоваться понятиями теории комплексных чисел. 	ОК 01 ОК 05	Основы теории комплексных чисел	Контрольная работа по теме.	Перечень вопросов и заданий к экзамену за семестр
	ОК 01 ОК 05	Матрицы и определители	Контрольная работа по теме.	Перечень вопросов и заданий к экзамену за семестр
	ОК 01 ОК 05	Системы линейных уравнений	Контрольная работа по теме.	Перечень вопросов и заданий к экзамену за семестр
	ОК 01 ОК 05	Векторы и действия с ними	Контрольная работа по теме.	Перечень вопросов и заданий к экзамену за семестр
	ОК 01 ОК 05	Аналитическая геометрия на плоскости	Контрольная работа по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену за семестр
	ОК 01 ОК 05	Предел функции	Контрольная работа по теме	Перечень вопросов и заданий к экзамену за семестр
	ОК 01 ОК 05	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	Контрольная работа по теме	Экзаменационные вопросы для устного экзамена
	ОК 01 ОК 05	Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	Контрольная работа по теме	Экзаменационные вопросы для устного экзамена

	ОК 01 ОК 05	Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	Контрольная работа по теме	Экзаменационные вопросы для устного экзамена
	ОК 01 ОК 05	Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	Контрольная работа по теме	Экзаменационные вопросы для устного экзамена
	ОК 01 ОК 05	Теория рядов	Контрольная работа по теме	Экзаменационные вопросы для устного экзамена
	ОК 01 ОК 05	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Контрольная работа по теме	Экзаменационные вопросы для устного экзамена

2. Комплект оценочных средств

1. Задание для текущего контроля успеваемости

Тема. Комплексные числа (контрольная работа).

1. Вычислить: $\frac{5}{1+2i}$.
2. Выполнить действия: $\frac{(1+2i)(2+i)}{3-2i}$.
3. Решите уравнение: $x^2 + 2x + 2 = 0$.
4. Представьте числа $z_1 = -2 + 2i\sqrt{3}$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ в тригонометрической форме и найдите $z_1 \cdot z_2$ и $\frac{z_1}{z_2}$.
5. Представьте числа $z_1 = 1 + i$ и $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ в показательной форме.
6. Вычислить: $\frac{2i-3}{1+i}$.
7. Выполнить действия: $\frac{2+3i}{(4+i)(2-2i)}$.
8. Решите уравнение: $x^2 + 6x + 34 = 0$.
9. Представьте числа $z_1 = -1 - i$, $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ в тригонометрической форме и найдите $z_1 \cdot z_2$ и $\frac{z_1}{z_2}$.
10. Представьте числа $z_1 = \sqrt{3} + i$ и $z_2 = 2 - 2i$ в показательной форме.
11. Вычислить: $-\frac{2i}{5-i}$.
12. Выполнить действия: $\frac{(3+2i)(2-i)}{(2+3i)(1+i)}$.
13. Решите уравнение: $x^2 + 4x + 29 = 0$.
14. Представьте числа $z_1 = -3 + 3i$, $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ в тригонометрической форме и найдите $z_1 \cdot z_2$ и $\frac{z_1}{z_2}$.
15. Представьте числа $z_1 = \sqrt{3} + i$ и $z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ в показательной форме.
16. Вычислить: $\frac{2-3i}{5+2i}$.
17. Выполнить действия: $\frac{1-3i}{i-2} + \frac{4i+1}{3i-1}$.
18. Решите уравнение: $4x^2 - 8x + 13 = 0$.
19. Представьте числа $z_1 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}$, $z_2 = 1 + i$ в тригонометрической форме и найдите $z_1 \cdot z_2$ и $\frac{z_1}{z_2}$.
20. Представьте числа $z_1 = \sqrt{3} + i$ и $z_2 = 3 + i\sqrt{3}$ в показательной форме.

Тема: «Матрицы и определители», «Системы линейных уравнений».

1. Найти матрицу $C=A+3B$, если $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
2. Решить систему линейных уравнений: методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$
3. Найти матрицу $C=2A-B$, если $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
4. Решить систему линейных уравнений: методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса..

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$
5. Найти матрицу $C=3A+B$, если $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
6. Решить систему линейных уравнений: методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$
7. Найти матрицу $C=A-4B$, если $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
8. Решить систему линейных уравнений: методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$
9. Найти матрицу $C=4A-B$, если $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
10. Решить систему линейных уравнений: методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

Тема: Векторы и действия с ними

1. Даны вектора \vec{a} (1,5 см) и \vec{b} (2 см) \longrightarrow . Построить $2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $2\vec{b} - \vec{a}$, $\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$.
2. Заданы два вектора, такие, что $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=1$, а угол между ними 135° . Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$. (Ответ должен быть записан с корнем).
3. Даны вектора \vec{a} (1 см) и \vec{b} (3 см) \longrightarrow . Построить $\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{b} - \vec{a}$, $\vec{a} - 3\vec{b}$, $-\frac{1}{2}\vec{b}$.
4. Заданы два вектора, такие, что $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=5$, а угол между ними 150° . Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$. (Ответ должен быть записан с корнем).

Тема: Аналитическая геометрия на плоскости

1. Известны т. $M_1(3;-7)$ и нормальный вектор прямой $\vec{n}=(-3;1)$. Составить уравнение прямой.
2. Найти углы треугольника, стороны которого заданы уравнениями $2x+3y-5=0$, $2x-y-1=0$, $2x-3y+13=0$.
3. Найти угол между прямыми, если одна из них проходит через точки $A_1(2;-2)$, $B_1(4;-3)$, а вторая – через точки $A_2(1;3)$, $B_2(3;4)$. (Ответ округлить до 4-х знаков после запятой).
4. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(1;3)$ и имеющей направляющий вектор $\vec{n}=(4;2)$.
5. Найти углы треугольника, стороны которого заданы уравнениями $18x+6y-17=0$, $14x-7y+15=0$, $5x+10y-9=0$.
6. Найти угол между прямыми, если одна из них проходит через точки $A_1(1;3)$, $B_1(4;-4)$, а вторая – через точки $A_2(2;1)$, $B_2(7;3)$. (Ответ округлить до 4-х знаков после запятой).
7. Составить уравнение окружности с центром в точке $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$ и с радиусом равным 2. Привести его к общему виду и построить эту окружность.

8. Составить уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках $B_1(0;-8)$, $B_2(0;8)$, а фокусы заданы координатами $(\pm 5;0)$.
9. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат в точках $(\pm 4;0)$ и эксцентриситет его $\varepsilon = 0,8$.
10. Составить уравнение гиперболы с фокусами на оси Ox , если разность ее полуосей (действительной и мнимой) равна 4 и расстояние между ее фокусами равно 40.
11. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$. Найти ее эксцентриситет.
12. Найти координаты фокуса параболы с вершиной в начале координат, если уравнение ее директрисы $x = -3$.
13. Составить уравнение параболы с вершиной в точке $A(2;4)$, с осью симметрии, параллельной оси Oy и проходящей через точку $M(-6;8)$.
14. Составить уравнение параболы, если ее вершина лежит в точке $A(2;3)$ и фокус в точке $F(6;3)$.
15. Составить уравнение окружности с центром в начале координат и с радиусом равным $\sqrt{3}$. Построить эту окружность.
16. Составить уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках $(0;-8)$, $(0;8)$, а фокусы заданы координатами $(0;\pm 6)$.
17. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат в точках $(\pm \sqrt{3};0)$ и эксцентриситет его $\varepsilon = \frac{1}{3}$.
18. Составить уравнение гиперболы с фокусами на оси Ox , если длина ее действительной оси равна 8 и гипербола проходит через точку $(8;6)$.
19. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$. Найти ее эксцентриситет.
20. Найти координаты фокуса параболы с вершиной в начале координат, если уравнение ее директрисы $x = 2$.
21. Составить уравнение параболы с вершиной в точке $A(-2;-4)$, с осью симметрии, параллельной оси Ox и проходящей через начало координат.
22. Составить уравнение параболы, если ее вершина лежит в точке $A(4;6)$ и фокус в точке $F(-2;6)$.
23. Составить уравнение окружности с центром в точке $(-2;-5)$ и с радиусом равным 3. Привести его к общему виду и построить эту окружность.
24. Составить уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках $(0;\pm 4)$, а фокусы заданы координатами $(0;\pm 2)$.

25. Составить уравнение эллипса с фокусами на оси Ox , если междуфокусное расстояние равно 12, а эксцентриситет его $\varepsilon = 0,6$.
26. Составить уравнение гиперболы с фокусами на оси Ox , если длина ее действительной оси равна 16 и гипербола проходит через точку $(-10; -3)$.
27. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1$. Найти ее эксцентриситет.
28. Найти координаты фокуса параболы с вершиной в начале координат, если уравнение ее директрисы $x = -5$.
29. Составить уравнение параболы с вершиной в точке $A(5; -5)$, с осью симметрии, параллельной оси Oy и проходящей через начало координат.
30. Составить уравнение параболы, если ее вершина лежит в точке $A(3; -2)$ и фокус в точке $F(3; 0)$.

Тема: Предел функции.

Вычислить предел функции:

1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10};$
2. $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 2x - 24}{2x^3 + 15x + 18};$
3. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125};$
4. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^3 + 64}.$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^2 + 3x - 10};$
6. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x + 2}{x^2 - x - 12};$
7. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3};$
8. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}.$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^2 + x + 1};$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x - 5}{4x^2 - 3x + 2};$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2};$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{2x^2 - x + 10};$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^2 + x + 1};$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x - 5}{4x^2 - 3x + 2};$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^2 - 7}{3x^4 + 3x + 5}.$$

Тема: Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной.

1. Найти производную функции: $y = \sin^6(4x^3 - 2)$.
2. Найдите производную третьего порядка функции: $y = 3x^4 + \cos 5x$.
3. Найти производную функции: $y = ctg^4(5x^3 + 6)$.
4. Найдите производную третьего порядка функции: $y = 5x^4 + \cos 4x$.
5. Найти производную функции: $y = tg^5(3x^4 - 13)$.
6. Найдите производную третьего порядка функции: $y = 4x^3 - e^{5x}$.
7. . Найти производную функции: $y = \cos^4(6x^2 + 9)$.
8. Найдите производную третьего порядка функции: $y = 2x^5 - \sin 3x$.

Тема: Интегральное исчисление функции одной действительной переменной.

Вариант 1

1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).
 1. $\int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$
 2. $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$
 3. $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$
 4. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$
 5. $\int \frac{dx}{1+16x^2}.$

2. . Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (8x - 4)^3 dx.$

7. $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$

8. $\int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$

3. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:

$$\int (x + 5) \cos x dx.$$

Вариант 2

1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$

2. $\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$

3. $\int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$

2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (7x + 5)^4 dx.$

7. $\int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$

8. $\int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$

Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям

$$\int (x - 2) \sin x dx.$$

Тема: Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных.

Фронтальный опрос

- 1 Дайте определение функции двух независимых переменных. Приведите примеры.
- 2 Что называется областью определения функции двух независимых переменных? Каково геометрическое изображение функции двух переменных?
- 3 Что называется частным и полным приращением функции двух независимых переменных?
- 4 Сформулируйте определение предела функции двух переменных.
- 5 Какая функция называется непрерывной в точке? в области?
- 6 Дайте определение частных производных первого порядка функции двух переменных. Каков их геометрический смысл?
- 7 Что называется полным дифференциалом функции двух переменных?
- 8 Как найти частные производные второго порядка функции двух переменных?

I вариант

- 1 Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$.
- 2 Показать, что функция $z = \sqrt{x} \cos \frac{x}{y}$ удовлетворяет уравнению

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}.$$
- 3 Найти частные производные функции:
 - а) $z = e^{(x^3 + y^2)^2}$
 - б) $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$
 - в) $z = \sqrt{x} \cdot \cos^2 y$
- 4 Вычислить дифференциал функции $z = \ln(x^2 + y^2)$.
- 5 $z = x^3 y^2$. Проверить, что $z^{(5)}_{x^3 y^2} = z^{(5)}_{y^2 x^3}$.

II вариант

- 1 Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}$.
- 2 Показать, что функция $z = \frac{x^2}{2y} + \frac{x}{2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ удовлетворяет уравнению
$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^3}{y}.$$
- 3 Найти частные производные второго порядка следующих функций:
 - а) $z = e^{3x^2 + 2y^2 - xy}$
 - б) $z = \ln(x + \ln y)$
 - в) $z = x^3 \cos 4y$.
- 4 Вычислить дифференциал функции $z = \sin(x^2 + y^2)$.
- 5 $z = x^2 y^3$. Проверить, что $z^{(5)}_{x^2 y^3} = z^{(5)}_{y^3 x^2}$.

Тема: Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных.

Фронтальный опрос

- а) Дайте определение двойного интеграла.
- б) В чем заключается геометрический смысл двойного интеграла?
- в) Назовите свойства двойного интеграла.
- г) Изложите план вычисления двойного интеграла в декартовых координатах для правильных и неправильных областей.

Проверочная работа

I вариант

- 1 Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + y^2) dx dy$ по области D, ограниченной указанными линиями $y = 1 - x^2$ и $y = 0$.
- 2 Вычислите следующие повторные интегралы
 - а) $\int_1^3 dy \int_2^4 \frac{x}{y^3} dx$,
 - б) $\int_2^4 dx \int_0^2 x^3 y dy$.
- 3 Вычислить площадь области, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = x^2$.

II вариант

- 1 Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x+2y)dx dy$ по области D, ограниченной указанными линиями $y=1-x^2$ и $y=0$.
- 2 Вычислите следующие повторные интегралы
а) $\int_1^2 dy \int_4^6 \frac{x}{y^2} dx$ б) $\int_0^1 dx \int_2^4 xy^3 dy$.
- 3 Вычислить площадь области, ограниченной линиями $y=2-x^2$, $y=\sqrt[3]{x^2}$.

Тема: Теория рядов

Фронтальный опрос

- 1 Что называется числовым рядом?
- 2 Что называется n -й частичной суммой числового ряда?
- 3 Какой числовой ряд называется сходящимся?
- 4 Что является необходимым условием сходимости числового ряда?
- 5 Назовите достаточные признаки сходимости, основанные на сравнении рядов.
- 6 Назовите признак Даламбера сходимости рядов.
- 7 В чем состоит интегральный признак сходимости Коши?
- 8 Какие ряды называются знакочередующимися? Приведите примеры.
- 9 Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов.
- 10 Какие знакочередующиеся ряды называются абсолютно сходящимися? Условно сходящимися?

Проверочная работа

I вариант

1 Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n^2-1)}$

2 Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} = 1 + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} + \dots$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{4n+5} \right)^n$.

II вариант

1 Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 - 4)}$.

2 Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+4} \right)^n$.

Тема: Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Вариант 1

№1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1. $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x, \quad y'' + 4y' - 5y = 0.$

2. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0.$

3. $y = \frac{8}{x}, \quad y' = -\frac{1}{8} y^2.$

4. $y = e^{4x} + 2, \quad y' = 4y.$

5. Решить задачу Коши: $y' = 4x^3 - 2x + 5, \quad y(1) = 8.$

№2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6. $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4.$

7. $y' = -6y.$

8. $y' = \frac{x-1}{y^2}.$

9. $y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}.$

10. $y' - 3y + 5 = 0.$

11. $y'' - 7y' + 10y = 0.$

12. $y'' + 4y' + 4y = 0.$

Вариант 2

№1. Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

$$1. \quad y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$$

$$2. \quad y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0.$$

$$3. \quad y = e^{3x} - 5, \quad y' = 3y + 15.$$

$$4. \quad y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2.$$

$$5. \text{ Решить задачу Коши: } y' = 3x^2 - 2x + 6, \quad y(2) = 19.$$

№2. Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

$$6. \quad y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7.$$

$$7. \quad y' = 8y.$$

$$8. \quad y' = \frac{2x}{y^2}.$$

$$9. \quad y' = \frac{y}{1+x^2}.$$

$$10. \quad y' + 8y - 3 = 0.$$

$$11. \quad y'' + 8y' + 16y = 0.$$

$$12. \quad y'' - y' - 12y = 0.$$

Тест практических заданий:

$$1. \quad \text{Вычислите } f(A), \text{ если } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4.$$

$$2. \quad \text{Вычислить определитель } \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Решить по формулам Крамера систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 7y + z = -4 \\ 3x + y - z = 17 \\ x - y + 3z = 3 \end{cases}.$$

4. Составить уравнение параболы с вершиной в точке $A(-4; -2)$, с осью симметрии, параллельной оси Ox и проходящей через точку $M(1; 3)$.

5. Умножить комплексные числа в тригонометрической форме:

$$z_1 = 3(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ), \quad z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ).$$

$$6. \quad \text{Решите матричное уравнение } \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

7. Найдите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 + 3n^3 + 4n}{n^2 + 5n + 6n^3}$.
8. Решите матричным способом систему линейных уравнений
- $$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5 \end{cases}.$$
9. Записать все миноры определителя и вычислить их: $D = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$.
10. Вычислите двойной интеграл: $\iint_D (x+y) dx dy$, $D: 3 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 2$
11. Найдите частные производные от функции: $z = y \cdot \sin(2x - y)$
12. Вычислите интеграл: $\int_0^{\pi} \sin 2x dx$
13. Применяя метод непосредственного интегрирования, вычислите интеграл: $\int \frac{dx}{3x^2 - 12}$
14. Найдите дифференциал функции: $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$
15. Найдите производную 2-го порядка: $y = \sin^2 x$
16. Найдите производную функции: $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$
17. Выполнить деление $\frac{3+5i}{2+6i}$.
18. Составить уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках $A_1(-5;0)$, $A_2(5;0)$, а фокусы заданы координатами $(\pm 3;0)$.
19. Составить уравнение гиперболы, если ее вершины находятся в точках $A_1(-3;0)$, $A_2(3;0)$ и фокусы в точках $(\pm 3\sqrt{5};0)$
20. Найти матрицы, обратные данной: $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$.
21. Какая фигура задается уравнением $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$.
22. Выполнить действия $\frac{3+2i}{3-2i} + \frac{5+2i}{3+2i}$.
23. Найти $AB - BA$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
24. Какая фигура задается уравнением $3x^2 + 3y^2 + 6x - 18y - 48 = 0$.
25. Вычислите двойной интеграл: $\iint_D x^2 y dx dy$, $D: 3 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 2$
26. Найдите полный дифференциал функции: $U = x^2 + y^2 + z^2 - t^2$

27. Вычислите интеграл: $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$
28. Найдите производную функцию: $y = 4e^x + \operatorname{arctg} x + \arcsin x$
29. Найдите дифференциал функции: $y = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$
30. Найдите производную 2-го порядка: $y = \ln(2x-3)$
31. Найдите производную функцию: $y = \sin^3 x$
32. Найдите производную функции: $y = \ln \sin x$
33. Найдите производную функции: $y = \sqrt{1-x^2}$

Вопросы и задание для промежуточной аттестации

Экзаменационные вопросы для устного экзамена:

1. Комплексные числа: определение, геометрический смысл. Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Матрицы: определение, классификация, действия над матрицами.
4. Определители II и III порядков: определение, вычисление, свойства.
5. Обратная матрица: определение, способы получения.
6. Три способа решения систем алгебраических уравнений: метод Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса.
7. Прямоугольная и полярная системы координат.
8. Векторы. Линейные операции над векторами, выполняемые геометрически и в координатной форме.
9. Скалярное произведение двух векторов в декартовых координатах и его свойства. Признак ортогональности векторов.
10. Векторное произведение и его свойства. Вычисление. Признак коллинеарности векторов. Геометрический смысл.
11. Смешанное произведение векторов и его свойства. Вычисление. Признак компланарности векторов. Геометрический смысл.
12. Уравнения прямой на плоскости.
13. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
14. Кривые второго порядка. Уравнение окружности. Понятие уравнения линии на плоскости.
15. Эллипс. Каноническое уравнение. Исследование формы.
16. Гипербола. Каноническое уравнение. Исследование формы. Построение формы.
17. Парабола. Каноническое уравнение. Исследование формы. Построение формы.
18. Функция: определение, способы задания, характеристики поведения, классификация.
19. Предел функции: определение, свойства.
20. Свойства бесконечно малых и больших величин. Раскрытие неопределенностей. Замечательные пределы.
21. Непрерывность функции в точке и на отрезке.
22. Производная функции: определение, геометрический и физический смысл. Условия существования производной.
23. Исследование функции на монотонность и экстремум. Точки экстремума функции
24. Исследование функции на выпуклость, вогнутость, точки перегиба.
25. Асимптоты: определение, классификация, нахождение.
26. План исследования функции.

27. Неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования.
28. Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл.
29. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница
30. Приложение определенного интеграла.
31. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости.
32. Достаточные признаки сходимости.
33. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.
34. Степенные ряды. Область сходимости, методы ее определения.
35. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложения степенных рядов.
36. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Виды дифференциальных уравнений первого порядка.
37. Дифференциальные уравнения второго порядка. Виды дифференциальных уравнений второго порядка.

Критерии оценки

Критерии оценки контрольной работы:

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, если работа выполнена полностью без ошибок и недочетов.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если работа выполнена полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если выполнено не менее $\frac{2}{3}$ всей работы или допущено не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой ошибки и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее $\frac{2}{3}$ всей работы, либо студент не выполнил ни одного задания.

Критерии оценки задач

При оценке задач учитываются все ошибки (грубые и негрубые) и недочёты.

Грубыми считаются ошибки:

- незнание определения основных понятий, правил, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения;
- неумение применять знания, алгоритмы для решения задач;
- неправильное решение задания (пропуск действия, неправильный выбор действий, лишние действия);
- нерешенная до конца задача или пример;
- невыполненное задание;
- вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- логические ошибки.

К негрубым ошибкам следует отнести:

- неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными;
- неточность графика;
- нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);
- неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде.

Недочетами являются:

- нерациональные приемы вычислений и преобразований;
- небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков.

Примечание: за грамматические ошибки, допущенные в решении заданий, оценка не снижается. За неряшливо оформленное задач, несоблюдение правил каллиграфии оценка снижается на 1 балл, но не ниже «3».

Критерии оценки выполнения задач

Оценка уровня подготовки		Имеющийся результат
Балл (отметка)	Вербальный аналог	
5	Отлично	- задача выполнена полностью. - в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; - в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала)
4	Хорошо	- задача выполнено полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умения обосновывать рассуждения не являлись специальным объектом проверки); - допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки)
3	Удовлетворительно	- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графика, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме
2	Неудовлетворительно	- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере; - выполненное задание показало полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть заданий выполнена не самостоятельно.

Критерии оценки устного опроса:

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, сформулировавшему полный и правильный ответ на вопрос, логично структурировавшему и изложившему материал. При этом студент должен показать знание специальной литературы. Для получения отличной оценки необходимо продемонстрировать умение обозначить проблемные вопросы в соответствующей области, проанализировать их и предложить варианты решений, дать исчерпывающие ответы на уточняющие и дополнительные вопросы.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, который дал полный правильный ответ на вопрос, с соблюдением логики изложения материала, но допустил при ответе отдельные неточности, не имеющие принципиального характера. Оценка «хорошо» может выставляться студенту, недостаточно чётко и полно ответившему на уточняющие и дополнительные вопросы.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, показавшему неполные знания, допустившему ошибки и неточности при ответе на вопрос, продемонстрировавшему неумение логически выстроить материал ответа и

сформулировать свою позицию по проблемным вопросам. При этом хотя бы по одному из заданий ошибки не должны иметь принципиального характера. Студент, ответ которого оценивается «удовлетворительно», должен опираться в своем ответе на учебную литературу.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не дал ответа на вопрос; дал неверные, содержащие фактические ошибки ответы на все вопросы; не смог ответить на дополнительные и уточняющие вопросы. Неудовлетворительная оценка выставляется студенту, отказавшемуся отвечать на вопросы семинара

Критерии оценки теста:

- оценка «5» - правильных ответов 90–100%;
- оценка «4» - правильных ответов 68–87%;
- оценка «3» - правильных ответов 50–67%;
- оценка «2» - правильных ответов < 50%.

Критерии оценки экзамена:

Оценка «5» ставится, если:

- студент свободно применяет знания на практике;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала;
- студент выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется в ответах на видоизмененные вопросы;
- студент усваивает весь объем программного материала;
- материал оформлен аккуратно в соответствии с требованиями.

Оценка «4» ставится, если:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- студент умеет применять полученные знания на практике;
- в ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет определенные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя;
- материал оформлен недостаточно аккуратно и в соответствии с требованиями;

Оценка «3» ставится, если:

- студент обнаруживает освоение основного материала, но испытывает затруднения при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных дополняющих вопросов преподавателя;
- предпочитает отвечать на вопросы воспроизводящего характера и испытывает затруднения при ответах на воспроизводящие вопросы;
- материал оформлен не аккуратно или не в соответствии с требованиями;

Оценка «2» ставится, если:

- у студента имеются отдельные представления об изучаемом материале, но все, же большая часть не усвоена;

- материал оформлен не в соответствии с требованиями.